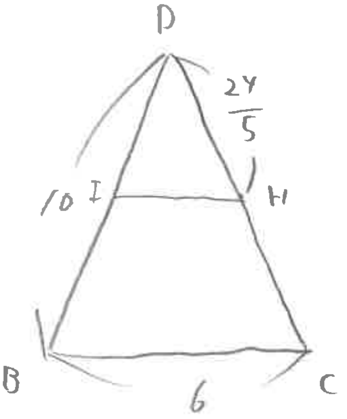
③

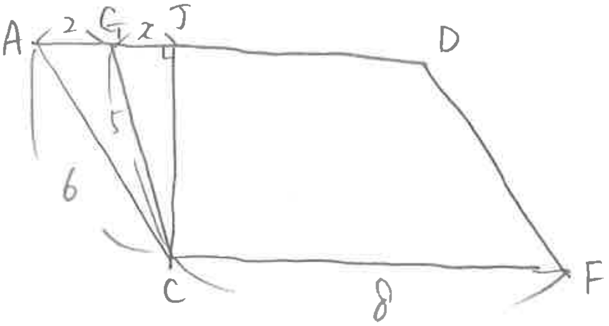


$\triangle DBC \backsim \triangle DIH$

$DC : DH = 10 : \frac{24}{5} = 50 : 24 = 25 : 12$

$IH = BC \times \frac{12}{25} = 6 \times \frac{12}{25} = \frac{72}{25}$ cm

(2)



$GJ = x$ cm とする

$\triangle ACJ$ と $\triangle GCJ$ にはどちらも CJ が含まれていることを利用して方程式を作る。

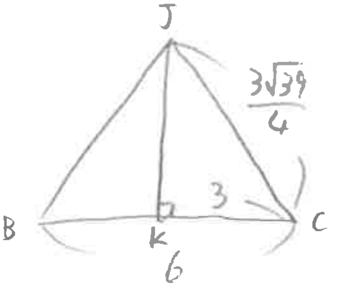
$$\begin{cases} AC^2 - AJ^2 = CJ^2 \\ GC^2 - GJ^2 = CJ^2 \end{cases}$$ ←左辺をイコールでつなぐ

$$\underbrace{6}_{AC}{}^2 - \underbrace{(x+2)}_{AJ}{}^2 = \underbrace{5}_{GC}{}^2 - \underbrace{x}_{GJ}{}^2$$

これを解いて $x = \frac{7}{4}$　　$\frac{7}{4}$ cm

(3) 上図の $\triangle ACJ$ で三平方の定理より $CJ = \frac{3\sqrt{39}}{4}$ cm

立体GBCDは $\triangle BJC$ を底面とする2つの三角錐 G−BJC と D−BJC を合わせたもの



$\triangle BJC$ は $BJ = CJ = \frac{3\sqrt{39}}{4}$ cm，$BC = 6$ cm

JからBCに垂線JKを引く。

三平方の定理より

$JK = \frac{3\sqrt{23}}{4}$ cm

※ GBCDは2つの立体ではなく、GDを高さとして1つにまとめて考える。

$$GBCD = \underbrace{6 \times \frac{3\sqrt{23}}{4} \times \frac{1}{2}}_{\triangle BJC} \times \underbrace{6}_{GD} \times \frac{1}{3} = \frac{9\sqrt{23}}{2} \text{ cm}^3$$